



Bourses d'Avenir

Épreuve de mathématiques

Durée : 1h15
30 novembre 2018

Cette épreuve comporte 10 questions à choix multiple et un exercice à rédiger

Pour chaque question, vous devez sélectionner la bonne réponse.

Bonne réponse = **+2** points

Mauvaise réponse = **-1** point

Absence de réponse = **0** point

Vous devez écrire vos réponses sur la « Feuille réponse » distribuée.

L'usage d'un brouillon est autorisé. Les calculatrices sont interdites.

I. Exercice 1

- Le nombre de solutions réelles de l'équation $x^4 - 4x^2 = -1$ est :
A : 0 B : 1 C : 2 D : 4
- Soit $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite vérifiant pour tout $n \in \mathbb{N}$; la relation $w_{n+1} = \frac{-1}{w_n}$. Alors :
A : $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est croissante B : $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est décroissante
C : $(w_n)_{n \in \mathbb{N}}$ n'est pas monotone
- Soient a un réel et C la courbe de la fonction cube $x \in \mathbb{R} \mapsto x^3$. La tangente à C en son point d'abscisse a admet une ordonnée à l'origine positive...
A : Pour tout réel a B : Si $a > 0$ C : Si $a < 0$

- Si $f(x) = 3x - 4 - \frac{1}{2x+3}$; alors $f'(x) = \dots$

A : $3 - \frac{2}{(2x+3)^2}$ B : $\frac{12x^2 + 36x + 41}{(2x+3)^2}$ C : $3 + \frac{2x-3}{(-2x+3)^2}$ D : $3 + \frac{2}{(2x+3)^2}$

- Soit f une fonction définie et dérivable sur $] -\infty ; 3[$ et dont le tableau de variations est donné ci-dessous. On peut affirmer que :

x	$-\infty$	-3	-2	2	3
$f(x)$					

- A : $f(-2,3) > f(2,3)$ B : $f\left(\frac{\pi}{2}\right) < f(-\pi)$ C : $f(0) > 0$
- Sur le cercle trigonométrique C_I d'origine I , on note $K(\pi)$ et $A\left(\frac{2\pi}{3}\right)$. On appelle B le symétrique de A par rapport à (IK) et C le point de C_I diamétralement opposé à A . On a alors :

A : $A\left(\frac{-19\pi}{3}\right)$ B : $B\left(\frac{34\pi}{3}\right)$ C : $C\left(\frac{-2\pi}{3}\right)$

- Si P est une fonction polynôme de degré 3, alors sa fonction dérivée seconde P'' est :
A : nulle B : constante C : affine D : un polynôme de degré 2

8. Soit f la fonction définie sur $]1; +\infty[$ par $f(x) = \frac{ax^2 - x + 2}{x - 1}$ ou a est un réel fixé. Il existe au moins un réel a tel que f soit strictement décroissante sur $]1; +\infty[$:

A : vrai

B : faux

C : on ne pas savoir

9. Soit $f: x \in \mathbb{R} \mapsto -x^2 + 3x - 2$. On a alors :

A : $f(x) \leq 0 \Rightarrow x \geq 2$

B : $f(x) > 0 \Rightarrow x < 2$

C : $\left|x - \frac{3}{2}\right| \geq \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) \leq -2$

D : $x \in \mathbb{R}^+ \Rightarrow f(x) > -2$

10. Soit C_A un cercle trigonométrique d'origine A . On note $C(\pi)$ et D un point de C_A dont l'abscisse curviligne principale appartient à $]\frac{\pi}{2}; \pi[$. Une mesure de $(\overrightarrow{DA}, \overrightarrow{DC})$ est alors :

A : $-\frac{\pi}{3}$

B : $\frac{2015\pi}{2}$

C : $\frac{2016\pi}{2}$

D : $\frac{2017\pi}{2}$

II. Exercice dont la solution est à rédiger (5 points) :

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 + 5x + 5}{(x+1)^2}$

- 1) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition. En donner une interprétation graphique lorsque cela est possible.
- 2) Démontrer que la droite D d'équation $y = x + 1$ est une asymptote oblique à la courbe C de f .
- 3) Étudier la position relative de C et D .
- 4) Calculer la dérivée de f .
- 5) Étudier le signe de $f'(x)$ après avoir factorisé le numérateur à l'aide de racines évidentes.
- 6) Dresser le tableau de variations complet de f .